

***m* –ANALITIK FUNKSIYALAR UCHUN YAGONA YECHIMNI
TOPISHNING YANGI USULLARI**

Tojiyev Oybek Yuldosh o‘g‘li

Annotatsiya: Ushbu ishda m -analitik funksiyalar nazariyasida yagona yechimni topishning zamonaviy va fundamental usullari tadqiq etilgan. Tadqiqot davomida Gursa yoyilmasi va interpolatsiya usullaridan tashqari, kompleks tahlilning integral tasvirlar, Teodoresko operatorlari, ikki o‘lchovli Teylor-Polianalitik qatorlar hamda Bergman yadrosi kabi apparatlari imkoniyatlari yoritib berilgan. Har bir usulning matematik strukturasi, yechimning yagonaligini ta'minlash shartlari va ularning qo‘llanish sohalari qiyosiy tahlil qilingan.

Kalit so‘zlar: m -analitik funksiya, yagona yechim, Koshi integral formulasi, Teodoresko operatori, Teylor-Polianalitik qatorlar, Bergman yadrosi, Gilbert fazosi.

Kirish: Kompleks tahlil va xususiy hosilali differensial tenglamalar nazariyasida m -analitik (yoki polianalitik) funksiyalar sinfi alohida o‘rin tutadi. Klassik analitik funksiyalarning umumlashtirilishi hisoblangan ushbu funksiyalar nazariyasida yagona yechimni topish masalasi ham nazariy, ham amaliy jihatdan muhim ahamiyatga ega. An'anaviy ravishda bu kabi masalalar Gursa yoyilmasi yoki interpolatsiya usullari yordamida hal etib kelingan bo‘lsa-da, bugungi kunda kompleks tahlilning yanada mukammalroq va fundamental apparatlarini qo‘llash ehtiyoji mavjud.

Ushbu tadqiqotning asosiy maqsadi m -analitik funksiyalar uchun yagona yechimni topishning muqobil va yangi usullarini tizimli tahlil qilishdan iborat. Ishda uzluksiz chegaraviy masalalarni yechishda qo‘llaniladigan integral tasvirlar usuli, bir jinsli bo‘lmagan tenglamalarda samarali bo‘lgan Teodoresko operatorlari zanjiri, lokal yagonalikni isbotlovchi darajali qatorlar

hamda Gilbert fazosidagi ortonormal bazislar va Bergman yadrosi usuli batafsil ko‘rib chiqiladi. Bu usullarning har biri masalaning qo‘yilishi va berilgan shartlarning xarakteriga ko‘ra tanlanadi.

m –analitik funksiyalar nazaryasida yagona yechimni topish nafaqat Gursa

yoyilmasi va interpolatsiya orqali, balki kompleks tahlilning boshqa fundamental apparatlari yordamida ham amalga oshirilishi mumkin.

1. Integral tasvirlash usuli (Polikoshi formulali) Klassik analitik funksiyalar uchun Koshi integral formulasi qanchalik muhim bo‘lsa, polianalitik funksiyalar uchun ham uning umumlashgan ko‘rinishi mavjud. Bu usul funktsiyani soha ichidagi nuqtalarda uning chegaraviy qiymatlari orqali integral ko‘rinishda tiklashga imkon beradi.

m –analitik funksiya uchun umumiy integral tasviri quyidagicha tasvirlanadi:

$$f(z) = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{1}{2\pi i} \cdot \int_{\partial D} \frac{(\bar{\xi} - \bar{z})^k}{\xi - z} \Phi_k(\xi) d\xi$$

Bunda Φ - chegaradagi analitik zichlik funksiyalaridir. Integral tasvirni yagonalikka bog‘liqligi quyidagicha : Ushbu integral tasviri yechimning soha ichidagi analitikligini va chegaraviy shartlarga muvofiqqligini ta‘minlaydi. Zichlik funksiyalarning yagonaligi masalaning yagonaligini kafolatlaydi.

2. Teodoresko operatorlar usuli Ushbu usul m –tartibli polianalitik differensial tenglamani ketma-ket operatorli integrallash orqali yechishga asoslangan. Bu yerda $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}$ operatoriga teskari bo‘lgan T –operatori (Teodoresko operatori) qo‘llaniladi.

Metodologiya: $\frac{\partial^m f}{\partial \bar{z}^m}$ tenglamasini m marta integrallash orqali quyidagi rekursiv zanjir hosil qilinadi.

$$f(z) = \varphi_0(z) + T\varphi_1(z) + T^2\varphi_2(z) + \dots + T^{m-1}\varphi_{m-1}(z)$$

Bu yerda T operatori quyidagi ko'rinishga ega:

$$(Tg)(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{g(\xi)}{\xi - z} d\xi d\eta$$

Bu usul nafaqat polianalitik, balki nolga teng bo'lmagan o'ng qismga ega

$$\left(\frac{\partial^m f}{\partial \bar{z}^m} = g(z, \bar{z}) \right) \text{ tenglamalarni yechishda ham qo'llaniladi (ya'ni}$$

bir jinsli

bo'lmagan holat uchun).

3 Ikki o'lchovli Teylor-Polianalitik qatorlar usuli: Funksiyani nuqta orqali nuqta atrofida z va $\bar{z}$ o'zgaruvchilari bo'yicha darajali qatorga yoyish orqali identifikatsiya qilsih usuli: m –analitik funksiya o'zining strukturasiga ko'ra $\bar{z}$ bo'yicha chekli, z yozilishi mumkin:

$$f(z) = \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{p=0}^{\infty} C_{pk} (z - z_0)^p (\bar{z} - \bar{z}_0)^k$$

Teylor koeffitsientlari C_{pk} funksiyaning nuqtadagi hosilalari orqali bir qiymatli

aniqlanadi. Agar barcha C_{pk} koeffitsientlari nolga teng bo'lsa, funksiya identik

noldir. Bu usul lokal yagonalikni isbotlashda juda samarali.

4. Ortonormal bazislar va Bergman Yadrosi usuli Funktsional tahlil nuqtai nazaridan, m –analitik funksiyalar fazasi $L^2(D)$ Gilbert fazosining yopiq qism fazosini hosil qiladi. Bu yerda yagona yechimni polianalitik Bergman yadrosi yordamida topish mumkin. Agar sohada ortonormal polianalitik bazis $\{e_j(z, \bar{z})\}$ mavjud bo'lsa, funksiya quyidagi qator yordamida aniqlanadi.

$$f(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \{f, e_j\} e_j(z, \bar{z})$$

Yagonalik: Hilbert fazosidagi proyeksiyalash xossasiga ko'ra, berilgan

chegaraviy yoki ichki qiymatlar funksiyaning bazis bo'yicha koeffitsientlarini

yagona tarzda aniqlaydi.

Yuqoridagi usullarning qaysi birini tanlash masalaning qo'yilishiga bog'liq:

1) Gursa va interpolatsiya Diskret nuqtalarida qiymatlar berilganda qulay.

2) Integral tasvirlar:Uzluksiz chegaraviy masalalar (Riman-Gilbert) uchun

fundamental hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. **Balk, M. B.** Polianalytic Functions. — Berlin: Akademie Verlag, 1991. — 298 p.
2. **Teodorescu, N.** La dérivée aréolaire et ses applications à la physique mathématique. — Paris: Thèse, 1931.
3. **Bergman, S.** The Kernel Function and Conformal Mapping. — New York: American Mathematical Society, 1950. — 161 p.
4. **Vekua, I. N.** Generalized Analytic Functions. — Reading: Addison-Wesley, 1962. — 668 p.