



КВАЗИОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ РЕАЛЬНОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДЕ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ И МЕТОД ЕЁ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

Мамадалиев Х.А., Ачилова Ш.О.

*ТУИТ имени Мухамада ал-Хоразмий, Ташкент,
Республиканская специализированная художественная школа имени
Бенькова*

x.mamadaliyev@tuit.uz, shoiraoltiboyevna90@gmail.com

Нестационарные процессы при транспортировке жидкостей по трубопроводам, в первую очередь гидравлический удар и распространение ударных волн, определяют прочность и надёжность систем водоснабжения, нефтегазового транспорта и других инженерных сетей. Расчёт таких режимов в рамках модели несжимаемой жидкости невозможен, поскольку основную роль играют сжимаемость среды и конечная скорость распространения возмущений. В работе представлена квазиодномерная математическая модель движения капельной жидкости в круглом цилиндрическом трубопроводе при существенно дозвуковых скоростях и численный метод, учитывающий нелинейные граничные условия.

Ключевые слова: *трубопровод, сжимаемая жидкость, квазиодномерная модель, ударная волна, встречно бегущие волны, метод Ньютона, скорость звука.*

Модель основана на уравнениях сохранения импульса и массы реальной жидкости в квазиодномерной постановке. В правой части уравнения импульса учитываются сила трения, направленная против потока, и сила тяжести, зависящая от уклона трассы по длине



трубопровода. Учёт гравитационного члена принципиально важен для жидкостей, так как в ряде случаев он оказывается определяющим по сравнению с конвективной составляющей и силой трения. Рассматривается элементарный участок фиксированной длины и диаметра, работающий в квадратичном режиме сопротивления, когда коэффициент гидравлического сопротивления не зависит от числа Рейнольдса и отвечает пятому участку кривых Никурадзе. Коэффициент сопротивления определяется по эквивалентной шероховатости и диаметру, в частности, по формуле Шифринсона.

Система замыкается уравнением состояния реальной жидкости, в котором используются коэффициент объёмного сжатия и значения плотности и давления в нормальных условиях. Для воды расчёты выполнены с принятыми значениями этих параметров. Особое внимание уделено скорости распространения малых возмущений давления. В неограниченной среде она определяется уравнением состояния, однако в системе «жидкость – деформируемый трубопровод» согласно Н.Е. Жуковскому она зависит также от модуля Юнга материала и толщины стенки. Упругая деформация стенки уменьшает скорость звука по сравнению с жёсткой трубой, что особенно заметно для резиновых трубопроводов и капилляров живых организмов. Предельные случаи абсолютно жёсткой стенки и скважин, ограниченных массивом грунта, также охватываются предложенным подходом.

Поставлена нелинейная задача с однородными начальными условиями, в которой на входе задаётся давление, а на выходе участка – массовый расход, связанный с параметрами потока нелинейным соотношением. Система уравнений имеет гиперболический тип с двумя основными направлениями эволюции: слева направо распространяется возмущение, вызванное входной границей, справа налево – возмущение



выходной границы. При отражении от границ волны трансформируются и вновь возвращаются к исходным границам.

Классические численные методы в примитивных переменных, а также подход «функция тока – завихренность» здесь неприменимы: в задаче присутствуют два существенно различных масштаба скорости (скорость течения и скорость звука), а условия заданы на разных концах участка. Поэтому в работе (i) выполнен переход к безразмерным переменным, где масштабами служат длина участка, скорость распространения малых возмущений и плотность в нормальных условиях, а масштабом времени – отношение длины к скорости звука; (ii) введены аналоги встречно бегущих волн. Сложением и вычитанием безразмерных уравнений импульса и массы получена система уравнений для этих аналогов, что позволяет вести расчёт по характеристическим направлениям и корректно учитывать условия на обеих границах.

Особенность метода – реализация нелинейных граничных условий. На выходе условие по массовому расходу при известном значении одного из инвариантов приводит к трансцендентному уравнению. Для него вводится вспомогательная функция, и показано, что на интервале $(-1; 1)$ она монотонно убывает и имеет вогнутый график, поэтому обладает единственным нулём. Это гарантирует сходимость метода Ньютона (метода касательных) при выборе нулевого приближения на данном интервале. Итерации прекращаются при выполнении условия малости невязки или малости приращения, после чего вычисляются значения скорости и давления на границе. На входе при заданном давлении решение находится аналогично, с использованием уравнения состояния в безразмерной форме.

Для ускорения расчётов применена верхняя релаксация на двух этапах вычислений, что, по результатам расчётов автора, позволило



существенно сократить число шагов итерации. Проверка условий итерационного процесса выполняется не на каждом шаге, а через 1000 (10 000) шагов по безразмерному времени, что снижает вычислительные затраты. Во внутренних точках значения аналогов волн вычисляются явной схемой, а шаг по времени завершается расчётом искомых величин на границах.

Таким образом, предложенная модель и численный метод позволяют исследовать нестационарные режимы течения реальной сжимаемой жидкости в трубопроводе с учётом трения, рельефа, упругости стенки и нелинейных граничных условий, а также служат основой для расчёта более сложных схем, включающих другие типы граничных условий.