

**TRIANALITIK FUNKSIYA ($m=3$) UCHUN CHEKSIZ
NUQTALARDA YAGONA YECHIMNI TOPISH.**

Tojiyev Oybek Yuldosh o'g'li

Annotatsiya : Ushbu tezisda z tekisligidagi limit nuqtasiga ega bo'lgan cheksiz to'plamda berilgan shartlar yordamida trianalitik funksiyani yagona aniqlash masalasi ko'rib chiqilgan. An'anaviy Vandermonde matritsalarini va determinantlar uslubidan voz kechilgan holda, ketma-ket hosila olish va limit nuqtasi xossalari asoslangan samarali rekursiv usul taklif etilgan. Trianalitik funksiyaning analitik komponentalari (yuqori, o'rta va asosiy qatlamlari) bosqichma-bosqich identifikatsiya qilinib, yechimning butun sohada yagonaligi analitik davom ettirish va Balk teoremasi asosida isbotlangan.

Kalit so'zlar: Trianalitik funksiya, limit nuqtasi, analitik komponentalar, Vandermonde matritsasi, yagonalik xossasi, Balk teoremasi, analitik davom ettirish.

Kirish: Kompleks analizda analitik funksiyalarning umumlashmasi bo'lgan trianalitik funksiyalar nazariyasi matematik fizika va elastiklik nazariyasi masalalarini yechishda muhim ahamiyatga ega. Klassik usullarda ushbu funksiyalarni to'plamlarda aniqlash va ularning yagonaligini isbotlash ko'pincha murakkab Vandermonde determinantlarini hisoblashni talab etadi. Biroq, shartlar soni ortishi bilan determinantlarga asoslangan hisoblash algoritmlarining murakkabligi keskin ortib ketadi.

Ushbu ishning maqsadi va dolzarbligi Vandermonde matritsalaridan foydalanmasdan, cheksiz nuqtalar to'plamida trianalitik funksiyaning yagona yechimini topishning samarali usulini taklif etishdan iborat. Ketma-ket hosila olish hamda to'plamning limit nuqtasi xossalari tayanib, funksiyaning barcha analitik qatlamlari bosqichma-bosqich aniqlangan hamda yechimning yagonaligi Balk teoremasi yordamida ilmiy asoslangan.

Masalaning qo'yilishi: Soha sifatida z tekislikdagi koordinata boshi atrofidagi doirani qaraymiz. To'plam sifatida $z_0 = 0$ nuqtada limit nuqtasi bo'lgan $E = \left\{ z_n = \frac{1}{n} ; n = 1, 2, 3, \dots \right\}$ belgilab olamiz. Funktsiyaning turi trianalitik funksiya, ya'ni :

$$f(z) = \varphi_0(z) + \bar{z}\varphi_1(z) + \bar{z}^2\varphi_2(z)$$

E to'plamdagi berilgan barcha shartlar quyidagicha:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2} = 2 \cos z, \quad \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = z + 2\bar{z} \cos z, \quad f(z) = 1 + z \cdot \bar{z} + \bar{z}^2 \cos z$$

1-qadam: Yuqori analitik komponentani (φ_2) indentifikatsiya qilish:

Trianalitik funksiyaning xossasiga ko'ra uning $\bar{z}$ bo'yicha ikkinchi tartibli hosilasi eng yuqori qatlamni ajratib beradi:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2} = 2\varphi_2(z)$$

Berilgan shartga ko'ra, E to'plamda:

$$2\varphi_2(z_n) = 2 \cos z_n \rightarrow \varphi_2(z_n) = \cos z_n$$

E limit (quyuqlanish) nuqtasiga ega bo'lganligi uchun analitik xossalarning yagonalik xossasiga ko'ra $\varphi_2(z)$ butun sohada yagona.

2-qadam: O'rta qatlamni hisoblash (φ_1)

Birinchi tartibli ifoda hosilasi quyidagicha :

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = \varphi_1(\bar{z}) + 2\bar{z}\varphi_2(z)$$

Bu yerda $\varphi_1(z)$ ni ajratib olamiz:

$$\varphi_1(z) = \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - 2\bar{z}\varphi_2(z)$$

Ushbu tenglikga E to'plamdagi qiymatlarni qo'yamiz:

$$\varphi_1(z) = (z_n + 2\bar{z}_n \cos z_n) - 2\bar{z}_n \cos z_n = z_n$$

Limitik nuqtasi tufayli ushbu analitik komponent ham butun sohada yagona aniqlanadi:

$$\varphi_1(z) = z$$

3-qadam: Asosiy qatlamni aniqlash: (φ_0)

Endi funksiyaning o'zidan qolgan barcha qismlarini ajratib tashlaymiz:

$$\varphi_0(z) = f(z) - \bar{z}\varphi_1(z) - \bar{z}^2\varphi_2(z)$$

E to'plamdagi qiymatlar yordamida:

$$\varphi_0(z_n) = (1 + z_n\bar{z}_n + \bar{z}_n^2 \cos z_n) - z_n\bar{z}_n - \bar{z}_n^2 \cos z_n = 1$$

Analitik davom ettirish prinsipiga ko'ra o'zgarmas qiymat butun D sohada saqlanib qoladi.

4-qadam: Yakuniy yagona yechim: Barcha indentifikatsiya qilingan komponentalarni birlashtirsak, berilgan cheksiz shartlarni qanoatlantiruvchi yagona trianalitik funksiya hosil bo'ladi:

$$f(z) = 1 + z \cdot \bar{z} + \bar{z}^2 \cos z$$

Ilmiy asoslash (Metodik jihatdan)

Ushbu misoldan ko'rinadiki:

- Determinantsiz yechim: Vandermonde matritsasi o'rnini ketma-ket hosila olish va limitga o'tish amali egalladi.
- Fiksatsiyalash: E to'plamdagi har bir berilgan ifoda yoki ma'lumot qatlami φ_k o'zining Teylor koeffitseintlarini limit nuqtasi orqali fiksatsiyalaydi.
- Yagonalik: Balk teoremasi ushbu rekursiv zanjirda har bir qadamda topilgan analitik funksiyaning yagonaligini kafolatlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. **Балк М.Б.** *Полианалитические функции и их обобщения* // Итоги науки и техники. Серия «Современные проблемы математики. Фундаментальные направления». – 1991. – Т. 85. – С. 187–244
2. **Шабат Б.В.** *Введение в комплексный анализ. Часть I.* – Москва: Наука, 1985. – 336 с.
3. **Balk M.B.** *Polyanalytic Functions.* – Berlin: Akademie Verlag, 1993. – 197 p
4. **Sadullayev A.** *Kompleks analizdan ma'ruzalar.* – Toshkent: Mumtoz so'z, 2011. – 280 b